

الأستاذ:  
نجيب  
عثماني

سلسلة تمارين: الحدوديات  
المستوى: الجذع مشترك علمي و الجذع مشترك تكنولوجيا

أكاديمية  
الجهة  
الشرفية

$$Q(x) = x^3 - x^2 + 2 \text{ و } P(x) = x^2 + x + 1$$

ثم قارن :  $d^0(P+Q).....d^0P+d^0Q$

**تمرين 10:** نعتبر الحدوديتين التاليتين :

$$Q(x) = -2x^3 + 5x^2 - 2x - 1 \text{ و } P(x) = 5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$$

حدد :  $P(x) - Q(x)$  و  $P(x) + Q(x)$

**تمرين 11:** نعتبر الحدوديتين  $P(x)$  و  $Q(x)$

(A) أحسب في الحالتين التاليتين  $P(x) + Q(x)$  و

$$3P(x) - 2Q(x) \text{ و } P(x) - Q(x)$$

$$Q(x) = 3x^4 - x^3 + x \text{ و } P(x) = x^3 + 2x^2 - 1 \quad (1)$$

$$Q(x) = -x^5 + x^2 - 5 \text{ و } P(x) = x^5 - x^2 + 3 \quad (2)$$

(B) أحسب  $(P(x))^2$  و  $P(x) \times Q(x)$

في الحالتين التاليتين

وقارن  $\deg(P) + \deg(Q)$  و  $\deg(PQ)$

$$Q(x) = x^2 + 2x - 3 \text{ و } P(x) = x^2 - 1 \quad (1)$$

$$Q(x) = 3x + 2 \text{ و } P(x) = x^4 - x^2 + 2 \quad (2)$$

**تمرين 12:** نعتبر الحدودية بحيث:  $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

هل الأعداد 1 و 2 و 3 و -2 جذور للحدودية  $P(x)$  ؟

**تمرين 13:** نعتبر الحدودية  $P(x)$  بحيث:  $P(x) = 2x^2 - x - 1$

1. بين أن 1 جذر للحدودية  $P(x)$

2. تأكد أن :  $P(x) = (x-1)(2x+1)$

نقول  $P(x)$  تقبل القسمة على  $x-1$

**تمرين 14:** نعتبر الحدودية  $P(x)$  بحيث:

$$P(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 6$$

1. بين أن -3 جذر للحدودية  $P(x)$

2. حدد حدودية  $Q(x)$  بحيث:  $P(x) = (x+3)Q(x)$

**تمرين 15:** نعتبر الحدودية  $P(x)$  بحيث:  $P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$

1. بين أن  $P(x)$  تقبل القسمة على  $x-3$

2. حدد حدودية  $Q(x)$  بحيث:  $P(x) = (x-3) \times Q(x)$

**تمرين 16:** نعتبر الحدودية  $P(x)$  بحيث:  $P(x) = 2x^2 + x - 3$

1. بين أن  $P(x)$  تقبل القسمة على  $x-1$

2. عمل الحدودية  $P(x)$

**تمرين 17:** نعتبر الحدوديتين  $P(x)$  و  $Q(x)$  بحيث:

$$.Q(x) = x^2 - 4x + 3 \text{ و } P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

**تمرين 1:** حدد من بين التعبيرات التالية الحدوديات و درجاتها ان  
أمكن : حيث  $a \in \mathbb{R}$

$$Q(x) = 2x^2 - x - \sqrt{x} \text{ و } P(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - \sqrt{3}$$

$$M(x) = \frac{5}{3}x^2 + x + 2 - 7x^4 \text{ و } R(x) = 5|x^2| + 4|x| - 5$$

$$E(x) = (a-1)x^4 + x^2 + x + 1 \text{ و } O(x) = 4 \text{ و } N(x) = x^2 + \frac{1}{x} + 3$$

**تمرين 2:** نعتبر الحدوديتين التاليتين :

$$Q(x) = 2x^2(x-2) + (x-1)(2x+3) \text{ و } P(x) = 2x^3 - 2x^2 + x - 3$$

1. حدد درجة الحدوديتين  $P(x)$  و  $Q(x)$

2. ماذا تلاحظ ؟

**تمرين 3:** حدد حدودية  $P(x)$  من الدرجة الثانية بحيث:

$$P(0) = P(1) = 5$$

$$P(-2) = 3 \text{ و}$$

**تمرين 4:** حدد الحدوديات المتساوية من بين الحدوديات التالية:

$$P(x) = 2x^3 - 2x^2 + x - 3$$

$$Q(x) = 2x^2(x-2) + (x-1)(2x+3)$$

$$R(x) = 2x^3 + 3x^2 - 2x - 3$$

**تمرين 5:** نعتبر الحدوديتين التاليتين :

$$\text{و } P(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - 1$$

$$Q(x) = ax^5 + (b+c)x^4 + (c+d)x^3 + dx^2 + e$$

حدد قيمة الأعداد الحقيقية  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  بحيث تكون  $P = Q$

**تمرين 6:** نعتبر الحدوديتين التاليتين :

$$\text{و } P(x) = 12x^4 - 36x^3 + 47x^2 - 30x + 7$$

$$Q(x) = (2x^2 - 3x + 1)(ax^2 + bx + c)$$

حدد قيمة الأعداد الحقيقية  $a$  و  $b$  و  $c$  بحيث تكون  $P = Q$

**تمرين 7:** نعتبر الحدوديتين  $P(x)$  و  $Q(x)$  بحيث:

$$P(x) = (a-1)x^3 + 2ax^2 + 5x + 6$$

$$\text{و } Q(x) = 2x^3 + 4x^2 + (3+a)x + 3a$$

حيث  $a$  عدد حقيقي يخالف 1. حدد قيمة العدد الحقيقي  $a$  بحيث

تكون  $P(x)$  و  $Q(x)$  متساويتين.

**تمرين 8:** أدرس تساوي الحدوديتين في الحالات التالية:

$$1. Q(x) = x^2(3x-2) + x \text{ و } P(x) = x^3 + 2x^2(x-1) + x$$

$$2. Q(x) = x^3 - 3x^2 - 3x + 1 \text{ و } P(x) = (x-1)^3$$

**تمرين 9:** أحسب مجموع الحدوديتين  $P(x)$  و  $Q(x)$  حيث:

1. أنجز القسمة الاقليدية للحدودية  $P(x)$  على  $x+2$ .

2. وبين أن  $Q(x)$  تقبل القسمة على  $x-3$ .

3. استنتج تعميلا للحدودية  $P(x)$  إلى جذاء حدوديات من الدرجة الأولى.

**تمرين 18:** نعتبر الحدودية  $P(x)$  بحيث:

$$P(x) = x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 13x + 6$$

أحسب:  $P(-2)$  و  $P(3)$  ثم عمل الحدودية  $P(x)$  بدلالة  $x+2$  و  $x-3$

**تمرين 19:** نعتبر الحدودية  $P(x)$  بحيث:

$$P(x) = 2x^3 + 3x^2 + ax + b \quad \text{حيث } a \in \mathbb{R} \text{ و } b \in \mathbb{R}$$

حدد  $a$  و  $b$  حيث

(أ)  $P(x)$  تقبل القسمة على  $x-2$

(ب) باقي القسمة الاقليدية للحدودية  $P(x)$  على  $x-1$  هو  $-12$

(2) عمل الحدودية  $P(x)$  في هذه الحالة

**تمرين 20:** نعتبر الحدودية  $P(x)$  بحيث:

$$P(x) = x^3 - 3x + 2$$

(أ) أحسب  $P(1)$  ثم حدد الحدودية  $Q(x)$

بحيث  $P(x) = (x-1)Q(x)$

(ب) تحقق من أن  $P(x) = (x+2)(x-1)^2$

(2) ليكن  $\alpha$  عددا حقيقيا بحيث  $1 < \alpha < 2$  اعط تأطيرا لكل من

$$\alpha + 2 \quad \text{و} \quad (\alpha - 1)^2 \quad \text{ثم استنتج أن: } 0 < P(\alpha) < 4$$

**تمرين 21:** نعتبر الحدودية  $P(x)$  بحيث:

$$P(x) = mx^3 - 3x^2 - 4mx + 12 \quad \text{حيث } m \in \mathbb{R}$$

(1) حدد قيمة  $m$  بحيث أن 3 جذر للحدودية  $P(x)$

(2) نفترض أن  $m=1$

(أ) أنجز القسمة الاقليدية ل  $P(x)$  تقبل القسمة على  $x-3$

(ب) حدد تعميلا للحدودية  $P(x)$  إلى جذاء حدوديات من الدرجة الأولى.

(3) لتكن الحدودية  $Q(x)$  بحيث  $Q(x) = P(x) - 5(x-3)$

(أ) تحقق من أن  $Q(x) = (x-3)^2(x+3)$

(ب) حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة  $P(x) \times Q(x) > 0$

**تمرين 22:** نعتبر الحدودية  $P(x)$  بحيث:  $P(x) = 3x^3 - 7x^2 + 4$

(1) أحسب:  $P(1)$

(ب) أنجز القسمة الاقليدية ل  $P(x)$  تقبل القسمة على  $x-1$

(2) (أ) حدد  $a$  و  $b$  حيث  $(ax+b)(x-b) = 3x^2 - 4x - 4$

(ب) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $3x^2 - 4x - 4 = 0$

(ج) استنتج في  $\mathbb{R}$  حلول المعادلة  $P(x) = 0$

**تمرين 23:** نعتبر الحدودية  $P(x)$  المعرفة بما يلي:

$$P(x) = 2x^4 - 9x^3 + 14x^2 - 9x + 2$$

(1) تحقق من أن 0 ليس جذرا للحدودية  $P(x)$ .

(2) بين أنه إذا كانت  $\alpha$  جذرا للحدودية  $P(x)$  فان  $\frac{1}{\alpha}$  هو أيضا جذر

للحدودية  $P(x)$ .

(3) بين أن العدد 2 جذر للحدودية  $P(x)$ .

(4) بانجاز القسمة الاقليدية للحدودية  $P(x)$  على  $x-2$  حدد

الحدودية  $Q(x)$  حيث:  $P(x) = (x-2)Q(x)$

(5) استنتج أن:  $Q\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

(6) حدد الأعداد الحقيقية  $a$  و  $b$  و  $c$  بحيث يكون:

$$Q(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)(ax^2 + bx + c)$$

(7) استنتج تعميلا للحدودية  $P(x)$  إلى جذاء حدوديات من الدرجة الأولى.



### تمارين أخرى

**تمرين 1:** عمل الحدوديات التالية :

$$P(x) = 12x^5 - 4x^4 + 2x^3 \quad \text{و}$$

$$P(x) = (3x-1)(5x^2-7) - (3x-1)(7x-3)$$

$$\text{و} \quad P(x) = x^2 - 4x + 4$$

**تمرين 2:** حدد باقي وخارج القسمة في الحالات التالية :

$$1. \quad P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5x + 1 \quad \text{على } x+2$$

$$2. \quad P(x) = 5x^4 - 3x^2 + 2x - 3 \quad \text{على } x+1$$

$$3. \quad P(x) = 4x^5 - 5x^3 + 1 \quad \text{على } x-3$$

**تمرين 3:** نعتبر الحدودية  $P(x)$  المعرفة بما يلي:

$$P(x) = 2x^3 + ax^2 + x + 2 \quad \text{حيث } a \in \mathbb{R}$$

1. حدد العدد  $a$  علما أن 1 جذرا للحدودية  $P(x)$ .

2. نضع:  $a = -5$

a. بانجاز القسمة الاقليدية للحدودية  $P(x)$  حدد الحدودية  $Q(x)$

حيث:  $P(x) = (x-1)Q(x)$

b. حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $P(x) = 0$

**تمرين 4:** نعتبر الحدودية  $P(x)$  المعرفة بما يلي:

$$P(x) = x^3 - (3\sqrt{3}+1)x^2 + m(2+\sqrt{3})x - 6 \quad \text{حيث } m \in \mathbb{R}$$

1. حدد العدد  $m$  علما أن  $P(x)$  تقبل القسمة على  $x-1$ .

2. نضع:  $m = 3$

a) بانجاز القسمة الاقليدية للحدودية  $P(x)$  حدد الحدودية  $Q(x)$

حيث:  $P(x) = (x-1)Q(x)$

b) تأكد أن  $\sqrt{3}$  جذرا للحدودية  $P(x)$ .

c) عمل  $P(x)$  الى جذاء حدوديات من الدرجة الأولى

d) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $P(x) = 0$